

# להטוטי חישוב

ברוריה בן-דוד (וייס)

© כל הזכויות שמורות לברוריה בן-דוד (וייס)

© 2017 תשע"ז

מהדורה ראשונה © 1995 תשנ"ה

אין לשכפל, להעתיק, לצלם, להקליט, לתרגם, לאחסן במאגר מידע,  
או לקלוט בכל אמצעי אלקטרוני או מכני אחר כל חלק שהוא מספר זה.  
שימוש מסחרי מכל סוג שהוא בחומר הכלול בספר זה אסור בהחלט,  
אלא ברשות בכתב מן המחברת.

"מידע" / הוצאה לאור

מודפס בישראל  
Printed in Israel

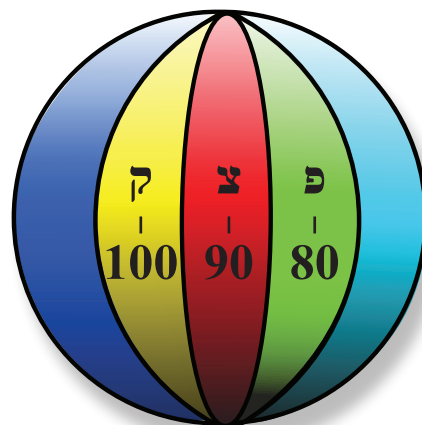
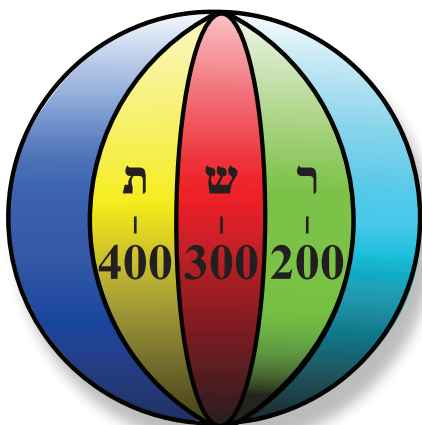
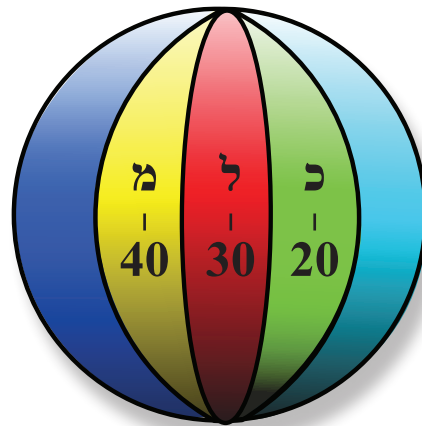
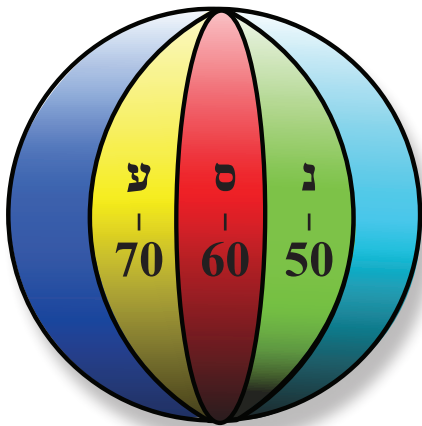
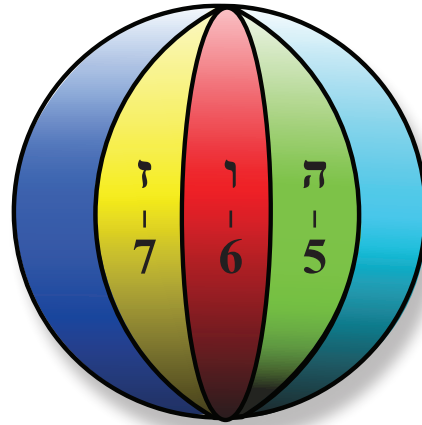
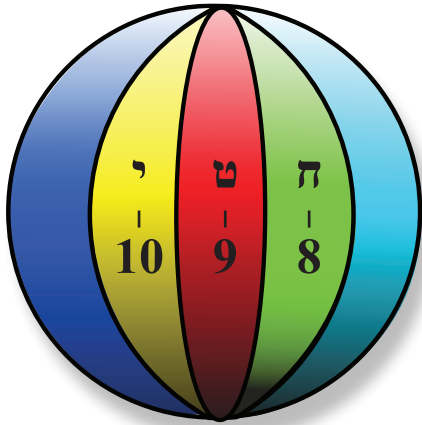
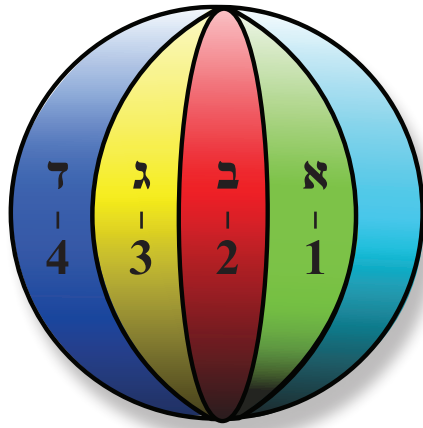
מוקדש  
למשפחתי היקרה  
לבעלי אלכס וליילדיי אסף ונעה  
באהבה



# תוכן העניינים

9.....	מבוא
10.....	תרגילי חיסור בדרך משעשעת
11.....	תרגילים אשר בתוצאות שלהם כל הספרות זהות
12-13.....	כפולות המספר 9
14-18 .....	חנוכייה עם כפולות של מספרים
19-24.....	שעשועי כפל
25-34.....	סוד ריבוע הקסם
35-37.....	חידות
38.....	התוצאה תהיה תמיד 3
39.....	התוצאה תהיה המספר שבחרת
39-40.....	מציאת תאריך יום הולדת
40-48 .....	סימני ההתחלקות
49.....	פתרון תרגילים בדרך קצרה ומהירה
50-52.....	ממוצע אריתמטי
53-64.....	כיצד מחשבים חזקות ושורשים
65-66.....	מספרים פריקים ומספרים ראשוניים
66-68.....	מציאת ממג"ב (מחלק משותף גדול ביותר)
68-69.....	מציאת כמק"ב (כפולה משותפת קטנה ביותר)
70.....	בזכות מכנה משותף
71.....	משולש פסקאל









# להטוטי חישוב

## הספר "להטוטי חישוב" פותח אשנב לחשבון באמצעות:

1. תרגילים שהתוצאה שלהם מעניינת.
2. שעשועי חישוב המגרים את דמיונו של התלמיד.
3. קובץ שיטות לקיצור דרך בחישוב הפעולות החשבוניות, עיני מתן דגש על עקרונות החשיבה, שבאמצעותם ניתן לתלמיד גירוי מעניין בגישתו למקצוע החשבון.
4. ריבועי קסם שנועדו לפתח את דמיונו של התלמיד.
5. תרגילים שמיועדים לקרב את התלמיד לעולם הנוסחאות.

## חשבון? מילים... מילים...

כמה מילים אפשר לכתוב מהאותיות שבמילה חשבון?  
מצאו מילים שאפשר לחבר מהאותיות שבמילה **חשבון** בצירופים שונים.  
מצאו מילים שהן שמות, ומילים שהן פעלים.  
יש מילים שהן שם וגם פועל, במקרה כזה אפשר לכתוב אותה מילה פעמים אחדות.  
לפעמים ניקוד שונה של אותה מילה, יוצר מילה חדשה והפירוש שלה משתנה.  
נסו להגיע עד ל- 100 מילים לפחות. יש שהצליחו לחבר 300 מילים מהמילה חשבון.  
האינכם סקרנים לנסות ולהגיע למספר מילים העולה על 100?

## תרגילי חיסור בדרך משעשעת - האמנם?

רשמו מספר דו ספרתי, חסרו ממנו מספר דו ספרתי אשר ספרותיו הן בסדר הפוך  
למספר שרשמתם. **למשל: 21 פחות 12**  
התבוננו בתוצאות שקבלתם. כל תרגיל הוא כפולה של מספר מסוים.

$$\begin{array}{r} 63 \\ - 36 \\ \hline 27 \end{array}$$

27 הוא כפולה של 9 ( $2+7=9$ )

כתבו מספר תלת-ספרתי, חסרו ממנו מספר שסדר הספרות שלו הפוך. האם הכלל  
הקודם נכון גם כאן?

$$\begin{array}{r} 641 \\ - 146 \\ \hline 495 \end{array}$$

495 הוא כפולה של 9 ( $4+9+5=18$ )

**תרגלו במספרים נוספים!**

האם נכון הכלל גם לגבי מספרים בעלי ארבע ספרות **כמו: 6,271 פחות 1,726?**  
מספרים בעלי חמש ספרות? **כמו 93,251 פחות 15,239 ויותר?**

## תרגילים אשר בתוצאות שלהם כל הספרות תהיינה זהות

$$\begin{array}{r} 27 \\ + 83 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 643 \\ + 467 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2785 \\ + 8325 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 123456789 \\ + 987654321 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 74 \\ + 33 \\ 77 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 485 \\ 625 \\ + 431 \\ 679 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 123456789 \\ 987654321 \\ + 123456789 \\ 987654321 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 621 \\ 489 \\ 315 \\ + 795 \\ 234 \\ 876 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 123456789 \\ 987654321 \\ 123456789 \\ + 987654321 \\ 123456789 \\ 987654321 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 123456789 \\ 987654321 \\ 123456789 \\ 987654321 \\ + 123456789 \\ 987654321 \\ 123456789 \\ 987654321 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 123456789 \\ 987654321 \\ 123456789 \\ 987654321 \\ 123456789 \\ + 987654321 \\ 123456789 \\ 987654321 \\ 123456789 \\ 987654321 \\ \hline 5 \end{array}$$

**שימו לב:** הוספנו אחדות כמספר זוגות המחוברים.

מדוע קבלנו תוצאה כזו? כי סכום כל שתי ספרות מתאימות בשתי שורות הוא 10.

חברו תרגילים שהתוצאה שלהם תהיה:

999,999 888,888 55,555 22,222 66,666

## כפולות המספר 9

$$\begin{array}{ccccccc} 9 & \times & 2 & = & 18 \\ \text{נכפל} & & \text{כופל} & & \text{מכפלה} \\ & & & & \text{סימן} \\ & & & & \text{השיויון} \end{array}$$

עיינו בתרגילים הבאים ותראו כי אם כופלים את המספר 9 במספר חד ספרתי, הספרה הראשונה משמאל במכפלה תהיה קטנה מהכופל ב-1.  
הספרה השנייה משמאל במכפלה היא ההפרש בינה לבין המספר 9.

**דוגמה:**

$$\begin{array}{ccccccc} \text{נכפל} & & \text{כופל} & & \text{מכפלה} & & \\ 9 & \times & 2 & = & \begin{array}{c} 1 \\ \downarrow \\ 2-1 \end{array} & & 8 \\ & & & & \swarrow & \searrow & \\ & & & & & & 9-1 \end{array}$$
$$\begin{array}{ccccccc} 9 & \times & 3 & = & \begin{array}{c} 2 \\ \downarrow \\ 3-1 \end{array} & & 7 \\ & & & & \swarrow & \searrow & \\ & & & & & & 9-2 \end{array}$$
$$\begin{array}{ccccccc} 9 & \times & 4 & = & \begin{array}{c} 3 \\ \downarrow \\ 4-1 \end{array} & & 6 \\ & & & & \swarrow & \searrow & \\ & & & & & & 9-3 \end{array}$$

פתרו בדרך זו את התרגילים הבאים :

$$9 \times 5 =$$

$$9 \times 6 =$$

$$9 \times 7 =$$

$$9 \times 8 =$$

$$9 \times 9 =$$

$$9 \times 10 =$$

**חצי מ- ... (חצי מסכום המספר שלפניו והמספר שאחריו)**

$$\begin{aligned} \text{חצי מ- } 2 + 0 &= 1 \\ \text{חצי מ- } 3 + 1 &= 2 \\ \text{חצי מ- } 11 + 13 &= 12 \\ \text{חצי מ-} &= 25 \\ &= 37 \\ &= 69 \\ &= 140 \\ &= 2560 \end{aligned}$$

חברו תרגילים נוספים.

## חנוכייה עם כפולות של מספרים



כפלו את הערך המסומן על קנה א' משמאל - בערך המסומן על קנה א' מימין.  
כפלו את הערך המסומן על קנה ב' משמאל - בערך המסומן על קנה ב' מימין.  
כפלו את הערך המסומן על קנה ג' משמאל - בערך המסומן על קנה ג' מימין.  
כפלו את הערך המסומן על קנה ד' משמאל - בערך המסומן על קנה ד' מימין.

(2) השלימו כמו בחנוכייה 1.



3) השלימו את הערך המספרי בכל נר.



4) השלימו כמו בחנוכייה 3.



(5) השלימו כמו בחנוכייה 3



(6) השלימו כמו בחנוכייה 3.





(7) השלימו כמו בחנוכייה 3 .



(8) השלימו כמו בחנוכייה 3 .



9) השלימו כמו בחנוכייה 3 .



10) השלימו כמו בחנוכייה 3 .



שרטטו חנוכיות נוספות על כפולות של מספרים על פי הדוגמאות האחרונות.

## שעשועי כפל

רשמו מספר בעל 8 ספרות, שכל ספרותיו מ-1 עד 9, בלי הספרה 8. כפלו את המספר שרשמתם ב-3.

$$\times \begin{array}{r} 12345679 \\ \hline 3 \end{array}$$

כפלו את המספר ב-6. (או כפלו את התוצאה שקבלתם ב-2)

$$\times \begin{array}{r} 12345679 \\ \hline 6 \end{array}$$

כפלו את המספר ב-9. (או כפלו את התוצאה שקבלתם בתרגיל הראשון ב-3)

$$\times \begin{array}{r} 12345679 \\ \hline 9 \end{array}$$

כפלו את המספר ב-12, 15, 18, 24, 27, 30, 33, 36, 54.

האם אין התוצאה מעניינת? מה מצאתם?

## תרגילים נוספים שהתוצאה שלהם מעניינת

$$\times \begin{array}{r} 142857 \\ \hline 2 \end{array}$$

אם במכפלה מופיעות הספרות של הנכפל, אות הוא שהפתרון נכון. עתה נכפול את המספר במספרים אחרים: ב-3, ב-4, ב-5, ב-6, וב-7. נבדוק את התוצאות. האם נכון לכתוב גם כאן: אם במכפלה מופיעות הספרות של הנכפל, אות הוא שהפתרון נכון?

$$\times \begin{array}{r} 142857 \\ \hline 3 \end{array} \quad \times \begin{array}{r} 142857 \\ \hline 4 \end{array} \quad \times \begin{array}{r} 142857 \\ \hline 5 \end{array} \quad \times \begin{array}{r} 142857 \\ \hline 6 \end{array} \quad \times \begin{array}{r} 142857 \\ \hline 7 \end{array}$$

פתרו את התרגילים הבאים. התבוננו בספרות של הכופל, הנכפל והמכפלה. האם מופיעות בהן כל הספרות מ-1 עד 9?

$$\begin{array}{r} \times \quad 1738 \\ \quad \quad 4 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{r} 1963 \\ \quad \quad 4 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{r} 483 \\ \quad \quad 12 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{r} 297 \\ \quad \quad 18 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{r} 159 \\ \quad \quad 48 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{r} 198 \\ \quad \quad 27 \\ \hline \end{array}$$

### תרגילים נוספים שהתוצאה שלהם מעניינת

$$\begin{array}{r} \times \quad 3367 \\ \quad \quad 33 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{r} 3367 \\ \quad \quad 66 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{r} 3367 \\ \quad \quad 77 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{r} 3367 \\ \quad \quad 88 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{r} 3367 \\ \quad \quad 99 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times \quad 3367 \\ \quad \quad 165 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{r} 3367 \\ \quad \quad 198 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{r} 3367 \\ \quad \quad 231 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{r} 3367 \\ \quad \quad 264 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{r} 3367 \\ \quad \quad 297 \\ \hline \end{array}$$

### חישובי כפל

כאשר מכפילים מספר ב-10 מוסיפים 0 למכפלה.  
 כאשר מכפילים מספר ב-100 מוסיפים 2 אפסים למכפלה.  
 כאשר מכפילים מספר ב-1000 מוסיפים 3 אפסים למכפלה.  
 כאשר מכפילים מספר ב-10,000 מוסיפים 4 אפסים למכפלה.

### כפל מספר דו-ספרתי ב-50

כופלים את הנכפל ב-100 ( $50 \times 2 = 100$ ) ומחלקים ב-2

והרי לכם חישוב מהיר לדוגמה:

$$17 \times 50 = \overbrace{(17 \times 100)}^{1,700} \div 2 = 850$$

$$36 \times 50 = \overbrace{(36 \times 100)}^{3,600} \div 2 = 1,800$$

## כפל מספר דו-ספרתי ב- 20

כופלים את הנכפל ב- 2, ואת התוצאה כופלים ב- 10.

לדוגמה:

$$32 \times 20 = \overbrace{(32 \times 2)}^{64} \times 10 = 640$$

או בדרך אחרת: כופלים את הנכפל ב- 10, ואת התוצאה כופלים ב- 2.

לדוגמה:

$$32 \times 20 = \overbrace{(32 \times 10)}^{320} \times 2 = 640$$

בחרו בדרך הקלה בעיניכם.

## כפל מספר דו-ספרתי ב- 25

<b>רמז:</b> $4 \times 25 = 100$
---------------------------------

בדוגמאות הבאות הפתרון נכון לגבי מספרים דו-ספרתיים, שהם כפולה של 4.

$32 \times 25 = ?$
--------------------

$$\overbrace{(32 \times 100)}^{3,200} \div 4 = 800$$

↙ ↘  
 $4 \times 25$

$24 \times 25 = ?$
--------------------

$$24 \times 25 = 600$$

↓ ↘  
 $(24 \div 4) \times (25 \times 4) = 600$

$$44 \times 25 = ?$$

$$44 \times 25 = 1,100$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \searrow \\ (44 \div 4) \times (25 \times 4) = 1,100 \end{array}$$

כופלים את הכופל ב-4 ומקבלים 100. מכיוון שמגדילים את הכופל פי 4, מקטינים את הנכפל פי 4.

כאשר הנכפל אינו מתחלק ב-4. נעזר במספר דו-ספרתי הקרוב אליו המתחלק ב-4

לדוגמה:  $13 \times 25$

במקום לכפול את המספר 25 ב-13, נכפול אותו ב-12 (13-1) ונוסיף לתוצאה 25, שהחסרנו מהנכפל.

$$13 \times 25 = ?$$

$$\begin{array}{c} \overbrace{(12 \times 25)}^{300} + 25 = 325 \\ \swarrow \quad \downarrow \\ (12 \div 4) \times (25 \times 4) \end{array}$$

$$15 \times 25 = ?$$

$$\begin{array}{c} \overbrace{(16 \times 25)}^{400} - 25 = 375 \\ \swarrow \\ (16 \div 4) \times (25 \times 4) \end{array}$$

$$27 \times 25 = ?$$

$$\begin{array}{c} \overbrace{(28 \times 25)}^{700} - 25 = 675 \\ \swarrow \quad \searrow \\ (28 \div 4) \times (25 \times 4) \end{array}$$

$$34 \times 25 = ?$$

$$\begin{array}{c} 800 \\ \overbrace{(32 \times 25)} + 50 = 850 \\ \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ (32 \div 4) \times (25 \times 4) \quad \text{פעמיים} \\ \text{שהורדנו מהנכפל} \end{array}$$

$$30 \times 25 = ?$$

$$\begin{array}{c} 700 \\ \overbrace{(28 \times 25)} + 50 = 750 \\ \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ (28 \div 4) \times (25 \times 4) \quad \text{פעמיים} \\ \text{שהורדנו מהנכפל} \end{array}$$

**כפל מספר דו-ספרתי ב- 250**

$$250 \times 4 = 1,000$$

$$\begin{array}{l} 32 \times 250 = (32 \times 1,000) \div 4 = 8,000 \\ 33 \times 250 = (32,000 \div 4) + 250 = 8,250 \\ 38 \times 250 = (36,000 \div 4) + 500 = 9,500 \\ \downarrow \\ \text{פעמיים} \\ \text{שהורדנו מהנכפל} \end{array}$$

**כפל מספר דו-ספרתי ב- 2,500**

$$2500 \times 4 = 10,000$$

$$\begin{array}{l} 29 \times 2,500 = \overbrace{(280,000 \div 4)}^{70,000} + 2,500 = 72,500 \\ 16 \times 2,500 = 160,000 \div 4 = 40,000 \\ 17 \times 2,500 = (160,000 \div 4) + 2,500 = 42,500 \end{array}$$

**פתרו את התרגילים הבאים:**

1.  $23 \times 50 =$  \_\_\_\_\_
2.  $42 \times 50 =$  \_\_\_\_\_
3.  $33 \times 50 =$  \_\_\_\_\_
4.  $28 \times 50 =$  \_\_\_\_\_
5.  $48 \times 50 =$  \_\_\_\_\_
6.  $52 \times 50 =$  \_\_\_\_\_

7.  $39 \times 50 =$  \_\_\_\_\_
8.  $46 \times 50 =$  \_\_\_\_\_
9.  $72 \times 50 =$  \_\_\_\_\_
10.  $38 \times 50 =$  \_\_\_\_\_
11.  $8 \times 50 =$  \_\_\_\_\_
12.  $12 \times 50 =$  \_\_\_\_\_

13.  $16 \times 25 =$  \_\_\_\_\_
14.  $28 \times 25 =$  \_\_\_\_\_
15.  $36 \times 25 =$  \_\_\_\_\_
16.  $40 \times 25 =$  \_\_\_\_\_
17.  $11 \times 25 =$  \_\_\_\_\_
18.  $17 \times 25 =$  \_\_\_\_\_
19.  $21 \times 25 =$  \_\_\_\_\_
20.  $23 \times 25 =$  \_\_\_\_\_
21.  $33 \times 25 =$  \_\_\_\_\_
22.  $31 \times 25 =$  \_\_\_\_\_
23.  $35 \times 25 =$  \_\_\_\_\_
24.  $37 \times 25 =$  \_\_\_\_\_
25.  $43 \times 20 =$  \_\_\_\_\_
26.  $36 \times 20 =$  \_\_\_\_\_
27.  $75 \times 20 =$  \_\_\_\_\_
28.  $82 \times 20 =$  \_\_\_\_\_
29.  $63 \times 20 =$  \_\_\_\_\_
30.  $41 \times 20 =$  \_\_\_\_\_

31.  $55 \times 20 =$  \_\_\_\_\_
32.  $92 \times 20 =$  \_\_\_\_\_
33.  $29 \times 20 =$  \_\_\_\_\_
34.  $98 \times 20 =$  \_\_\_\_\_
35.  $11 \times 250 =$  \_\_\_\_\_
36.  $17 \times 250 =$  \_\_\_\_\_
37.  $21 \times 250 =$  \_\_\_\_\_
38.  $23 \times 250 =$  \_\_\_\_\_
39.  $31 \times 250 =$  \_\_\_\_\_
40.  $37 \times 250 =$  \_\_\_\_\_
41.  $12 \times 2,500 =$  \_\_\_\_\_
42.  $16 \times 2,500 =$  \_\_\_\_\_
43.  $20 \times 2,500 =$  \_\_\_\_\_
44.  $24 \times 2,500 =$  \_\_\_\_\_
45.  $32 \times 2,500 =$  \_\_\_\_\_
46.  $36 \times 2,500 =$  \_\_\_\_\_
47.  $48 \times 2,500 =$  \_\_\_\_\_
48.  $56 \times 2,500 =$  \_\_\_\_\_



## סוד ריבוע הקסם

ריבוע קסם הוא ריבוע המחולק למספר שווה של ריבועים קטנים – בכל חלק בריבוע רשום מספר. **ומהו הקסם?** סכום המספרים בכל שורה, בכל טור ובכל אלכסון - הוא שווה.

### ריבוע הקסם הפשוט ביותר

ריבוע הקסם הפשוט ביותר עשוי 3 על 3. 3 משבצות לאורך, 3 משבצות לרוחב, בסך הכול 9 משבצות. במשבצות רשומים מספרים מ-1 עד 9. סכום המספרים בכל שורה, בכל טור ובכל אלכסון הוא 15.

ג

2	7	6
9	5	1
4	3	8

ב

2	9	4
7	5	3
6	1	8

א

6	7	2
1	5	9
8	3	4

ו

6	1	8
7	5	3
2	9	4

ה

4	3	8
9	5	1
2	7	6

ד

4	9	2
3	5	7
8	1	6

ח

8	3	4
1	5	9
6	7	2

ז

8	1	6
3	5	7
4	9	2

## כיצד מחברים ריבוע קסם?

**כלל:** מוניים את מספר המשבצות בריבוע ומוסיפים 1.  
מחלקים את הסכום ל-2. כופלים את התוצאה במספר המשבצות שבשורה אחת.  
מקבלים את הסכום המבוקש.

### **דוגמה: ריבוע קסם של 3 על 3.**

מספר המשבצות 9.

$$9 + 1 = 10$$

$$10 \div 2 = 5$$

$$5 \times 3 = 15$$

בריבוע קסם זה - הסכום בכל שורה, בכל טור ובכל אלכסון הוא 15.

### **דוגמה: ריבוע של 4 על 4.**

מספר המשבצות 16.

$$16 + 1 = 17$$

$$17 \div 2 = 8\frac{1}{2}$$

$$8\frac{1}{2} \times 4 = 34$$

בריבוע קסם זה - סכום המספרים בכל שורה, טור ואלכסון הוא 34.

### **דוגמה: ריבוע קסם של 5 על 5.**

מספר המשבצות 25.

$$25 + 1 = 26$$

$$26 \div 2 = 13$$

$$13 \times 5 = 65$$

בריבוע קסם זה סכום המספרים בכל שורה, בכל טור ובכל אלכסון הוא 65.

## כיצד בונים ריבועי קסם?

- א. ריבועים זוגיים (שמספר המשבצות בהם זוגי).  
ב. ריבועים בלתי זוגיים (שמספר המשבצות בהם לא זוגי).

### **א. ריבועים זוגיים**

#### **לדוגמה: ריבוע של 4 על 4 משבצות.**

רשמו בכל משבצת מספרים בין 1 ל-16 לפי סדר, ראו שרטוט א'.  
אם תחברו את המספרים **בשני האלכסונים**, יתקבל המספר 34.  
כדי לקבל סכום זה בכל שורה ובכל טור - ראו שרטוטים א', ב', ג', ד'.

משאירים את המספרים בשני האלכסונים במקומם.  
סכמו כל שורה ורשמו בצידה בכמה גדול הסכום מ-34, או בכמה הוא קטן ממנו.

**למשל:** סכום המספרים בשורה הראשונה הוא 10.

$$(1 + 2 + 3 + 4)$$

**כלומר:** הסכום קטן מהמספר 34 ב-24 רשמו בצד 24 -.

בטור הראשון הסכום הוא 28 ( $1 + 5 + 9 + 13$ ) והוא קטן ב-6 מ-34.  
רשמו מתחת לטור הראשון -6.

לפעמים המספרים הם **עודפים**.

**למשל:** בשורות השלישית והרביעית ( $+8$ ;  $+24$ ).

ובטורים השלישי והרביעי ( $+6$ ;  $+2$ ).

**הסבר:** בשורה הראשונה חסר 24. בשורה האחרונה יש עודף ב-24, על כן נעביר את המספרים 14 ו-15 מהשורה האחרונה לשורה הראשונה ( $14 + 15 = 29$ ) ואת המספרים 2 ו-3 נעביר מהשורה הראשונה לשורה האחרונה ( $2 + 3 = 5$ ) בשתי השורות התיכוניות - באחת חסר 8, ובשנייה יש עודף של 8. החליפו את המספרים בין שתי השורות ותמצאו שהסכום הוא 34. ראו שרטוט ג'. בכל השורות והאלכסונים בריבוע הקסם סכום המספרים הוא 34.

שרטוט ב'

1	2	3	4	-24
5	6	7	8	-8
9	10	11	12	+8
13	14	15	16	+24
-6	-2	+2	+6	

שרטוט א'

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

שרטוט ג'

1	14	15	4
9	6	7	12
5	10	11	8
13	2	3	16

שרטוט ד'

1	15	14	4	34
12	6	7	9	34
8	10	11	5	34
13	3	2	16	34
34	34	34	34	

### איך אפשר לבנות ריבועים נוספים?

כל שיש לעשות הוא לשנות את סדר המשבצות ואת סדר המספרים שבתוך המשבצות.

יש להשאיר אותם מספרים בכל שורה ובכל טור (ראו שרטוט ד').

### ריבועי קסם נוספים המתחילים במספר 1

1	15	4	14
12	6	9	7
13	3	16	2
8	10	5	11

1	15	4	14
8	10	5	11
13	3	16	2
12	6	9	7

1	15	14	4
8	10	11	5
12	6	7	9
13	3	2	16

1	4	15	14
13	16	3	2
12	9	6	7
8	5	10	11

1	4	15	14
13	16	3	2
8	5	10	11
12	9	6	7

1	4	14	15
13	16	2	3
12	9	7	6
8	5	11	10

1	4	14	15
13	16	2	3
8	5	11	10
12	9	7	6

1	14	15	4
12	7	6	9
8	11	10	5
13	2	3	16

**בריבועי הקסם הבאים מופיעים אותם מספרים בכל שורה ובכל טור, אך סדר המספרים שבמשבצות השתנה, וכך השתנה סדר המשבצות.**

1	14	15	4
8	11	10	5
12	7	6	9
13	2	3	16

1	14	4	15
12	7	9	6
13	2	16	3
8	11	5	10

1	14	4	15
8	11	5	10
13	2	16	3
12	7	9	6

## ריבועי קסם נוספים

1	6	12	15
11	16	2	5
8	3	13	10
14	9	7	4

1	7	12	14
10	16	3	5
8	2	13	11
15	9	6	4

1	6	12	15
16	11	5	2
7	4	14	9
10	13	3	8

1	7	12	14
16	10	5	3
6	4	15	9
11	13	2	8

1	8	12	13
6	15	3	10
11	2	14	7
16	9	5	4

1	8	12	13
7	14	2	11
10	3	15	6
16	9	5	4

1	8	15	10
4	14	5	11
13	3	12	6
16	9	2	7

1	12	14	7
11	8	2	13
6	9	15	4
16	5	3	10

1	12	15	6
3	13	8	10
14	4	9	7
16	5	2	11

1	4	15	14
9	12	7	6
16	5	10	3
8	13	2	11

**האם בריבועי קסם כותבים את המספרים רק לפי סדר?**  
 בריבועי קסם אפשר לכתוב את המספרים 1-16 לא רק כסדרם, אלא גם לסירוגין.  
 לדוגמה: 1, 3, 5, 7, 9, 13 וכן הלאה.

בדרך זו אפשר לבנות ריבועי קסם של  $6 \times 6$ ,  $8 \times 8$ , או כל ריבוע קסם אחר שמספר המשבצות בו הוא זוגי.

### ריבועי קסם בלתי זוגיים

ריבוע קסם בלתי זוגי בנויים בדרך הנקראת "מהלך סוס", כמו במשחק שחמט ("מהלך סוס" – מהלך אחד ישר ואחד באלכסון).

החליטו על כיוון כל שהוא סדרו לפיו את כל המספרים כסדרם החל מ-1.

**זכרו:** (א) אל תסורו מהכיוון שבחרתם.

(ב) אם נאלצתם לרדת מתחת לשורה התחתונה, עלו לשורה הראשונה, והמשיכו בדרככם, וכן גם להפך.

(ג) אם מוצאים משבצת תפוסה, חוזרים שוב על "מהלך סוס", אך בכיוון הנגדי.

18	1	14	♠ 22	10
12	•↓ 25	8	16	♠ 4
↓6	19	• 2	15	§ 23
5	13	♣ 21	9	17
24	7	20	♣ 3	11

קופצים  
שמאלה § (5)

- מסמן "מהלך סוס" מ-1 ל-2.
- ♣ מסמן "מהלך סוס" מ-2 ל-3.
- ♠ מסמן "מהלך סוס" מ-3 ל-4.
- § מסמן "מהלך סוס" מ-4 ל-5.
- ↓ מסמן "מהלך סוס" מ-5 ל-6.

### הסבר:

1. כתבנו את המספר.

בחרנו כיוון - למטה ובאלכסון ימינה.

3 - מהמספר - עלינו לרדת מתחת לשורה התחתונה, על כן עלינו לשורה הראשונה באותו טור, והמשכנו ב"מהלך סוס".

4 - ירדנו משבצת אחת למטה, וכשפנינו ימינה יצאנו מתוך הריבוע, ולכן קפצנו שמאלה.

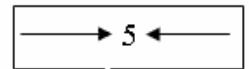
5 - ירדנו משבצת אחת למטה, וכשנטינו באלכסון ימינה, ירדנו מתחת לשורה התחתונה, עלינו לשורה הראשונה באותו טור. המשבצת תפוסה במספר 1, לכן חזרנו שוב על "מהלך סוס", בכיוון הנגדי שמאלה. וכך המשכנו הלאה.  
**בדרך זו אפשר לבנות כל ריבוע קסם בלתי זוגי.**



## ריבועי קסם נוספים בלתי זוגיים

א.

38	14	32	1	26	44	↓20
5	23	48	↓17	42	11	29
↓21	39	8	33	↓2	27	45
30	↓6	24	49	↓18	36	12
46	↓15	40	9	34	↓3	28
13	31	↓7	25	43	↓19	37
22	47	16	41	10	35	↓4
175	175	175	175	175	175	175



בשרטוט א' - סכום המספרים בכל שורה, בכל טור ובכל אלכסון הוא 175.

ב.

26	58	18	50	1	42	74	34	66
6	38	79	30	71	22	63	14	46
67	27	59	10	51	2	43	75	35
47	7	39	80	31	72	23	55	15
36	68	19	60	11	52	3	44	76
16	48	8	40	81	32	64	24	56
77	28	69	20	61	12	53	4	45
57	17	49	9	41	73	33	65	25
37	78	29	70	21	62	13	54	5

בשרטוט ב' - סכום המספרים בכל שורה, בכל טור ובכל אלכסון הוא 369.

ג.

102	42	92	32	82	22	72	1	62	112	52
17	67	7	57	118	47	108	37	98	27	88
53	103	43	93	33	83	12	73	2	63	113
78	18	68	8	58	119	48	109	38	99	28
114	54	104	44	94	23	84	13	74	3	64
29	79	19	69	9	59	120	49	110	39	89
65	115	55	105	34	95	24	85	14	75	4
90	30	80	20	70	10	60	121	50	100	40
5	66	116	45	106	35	96	25	86	15	76
41	91	31	81	21	71	11	61	111	51	101
77	6	56	117	46	107	36	97	26	87	16

בשרטוט ג' - סכום המספרים בכל שורה, בכל טור ובכל אלכסון הוא 671.

**בנו ריבועי קסם נוספים.**

## חידה

מלך אחד יצא לצוד ציד ביער. בלילה סר ללון בביתו שביער. בבית היו 9 חדרים. המלך ישן בחדר האמצעי. 24 החיילים שומרי ראשו הסתדרו ב- 8 החדרים אחרים. המלך דרש שבכל צד של הבית יימצאו 9 חיילים. כלומר: בכל חדר הוצבו שלושה חיילים. בלילה בטרם עלה המלך על יצועו, החליט לבדוק אם חייליו סרים למשמעתו וממלאים את תפקידם, ואם אכן מוצבים 9 חיילים בכל צד של הבית. ואמנם מצא המלך 9 חיילים בכל צד של הבית, אך המלך לא ידע כי 4 חיילים נמצאו בדרכם אל הכפר, ולא יחזרו כל הלילה. **התדעו כיצד הצליחו להשאיר 9 חיילים בכל צד של הבית, למרות ש- 4 חיילים נעדרו?**

בלילה השני לא יצא איש מן החיילים לכפר, לעומת זאת באו לבקרם בבית היער 4 מחבריהם. בלילה השני שוב בדק המלך את סדרי המשמר, וגם הפעם מצא 9 חיילים בכל צד של הבית. **התדעו כיצד היה הדבר אפשרי?**

בלילה השלישי הגיעו למקום 4 אורחים נוספים, בסך הכול היו באותו לילה 32 חיילים בבית היער. גם בלילה זה מצא המלך בשעת הביקורת 9 חיילים בכל צד של הבית, ולא הרגיש כלל באורחים הנוספים שהיו במקום.

בלילה הרביעי היו בבית היער 12 אורחים, ובכך הגיע מספרם ל- 36. גם הפעם מצאו תחבולה והעלימו מעין המלך את האורחים בשעת הבדיקה, וגם הפעם הצליחו להעמיד בכל צד של הבית 9 חיילים בלבד.

בלילה החמישי לא הגיעו אורחים, לעומת זאת יצאו 6 חיילים אל הכפר. בחדרים נשארו 18 איש ובכל זאת הצליחו להסתדר כך ש- 9 מהם נמצאו בכל צד של הבית.

כך הצליחו לרמות את המלך.

### הצבת החיילים

בלילה השני

2	5	2
5	⚡	5
2	5	2

בלילה הראשון

4	1	4
1	⚡	1
4	1	4

בלילה הרביעי

	9	
9	⚡	9
	9	

בלילה השלישי

1	7	1
7	⚡	7
1	7	1

בלילה החמישי

4		5
	⚡	
5		4

האם יש לכם הצעות נוספות לסידור החיילים?

## מנה מאחת עד עשר – ומצא מיליונים

חבורת ילדים השתעשעה בחידות חשבון.

קם יוסי ושאל: "מי יכול למנות מאחת ועד עשר, ולהגיע למיליונים?"

דן רשם על דף חשבון: 1 2 3 7 8 9 0

יוסי: "אין כאן מאחת עד עשר חסרים מספרים".

אמרה דליה: "אני יודעת" ורשמה על דף אחד את כל המספרים כסדרם.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

יוסי: "אמנם יש כאן מאחת עד אפס, אבל אין כאן עשר".

"אני יודע" צעק אלון ורשם בביטחון, 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 "כאן יש הכול" אמר.

יוסי: בקשתי שתגיעו עד למיליונים, ואתם עברתם את המיליונים והגעתם אפילו למיליארדים".

כולם: "עכשיו תורך יוסי, תסביר".

יוסי: "זה כל הסוד בין מספר למספר נרשום נקודה כך:"

1 · 2 · 3 · 4 · 5 · 6 · 7 · 8 · 9 · 10

$$1 \times 2 = 2$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$6 \times 4 = 24$$

$$24 \times 5 = 120$$

$$120 \times 6 = 720$$

$$720 \times 7 = 5,040$$

$$5,040 \times 8 = 40,320$$

$$40,320 \times 9 = 362,880$$

$$362,880 \times 10 = 3,628,800$$

אתם רואים יש כאן: 3 מיליונים, שש מאות עשרים ושמונה אלף ושמונה מאות.

## התוצאה תהיה תמיד 3

בחרו מספר.

חברו למספר את המספר שלפניו ואת המספר שאחריו.

הוסיפו 9.

חלקו ל-3.

חסרו מן המנה את המספר שבחרתם.

התוצאה תהיה תמיד 3.

**דוגמה:** המספר שבחרתי הוא 7

$$7 + 6 + 8 = 21$$

$$21 + 9 = 30$$

$$30 \div 3 = 10$$

$$10 - 7 = 3$$

**דוגמה:** המספר שבחרתי הוא 12

$$12 + 11 + 13 = 36$$

$$36 + 9 = 45$$

$$45 \div 3 = 15$$

$$15 - 12 = 3$$

**דוגמה:** המספר שבחרתי 245

$$245 + 244 + 246 = 735$$

$$735 + 9 = 744$$

$$744 \div 3 = 248$$

$$248 - 245 = 3$$

בחרו מספרים נוספים.

## התוצאה תהיה המספר שבחרת

בחרו מספר.

כפלו את המספר ב-10.

חלקו את המכפלה ב-2.

חסרו מהמנה את המספר שבחרתם.

חלקו את ההפרש ל-4.

התוצאה: המספר שבחרתם.

**דוגמה:** בחרתי במספר 6.

$$6 \times 10 = 60$$

$$60 \div 2 = 30$$

$$30 - 6 = 24$$

$$24 \div 4 = 6$$

בחרתי במספר 35.

$$35 \times 10 = 350$$

$$350 \div 2 = 175$$

$$175 - 35 = 140$$

$$140 \div 4 = 35$$

בחרו מספרים נוספים.

## מציאת תאריך יום הולדת

(א) פנו אל חבר ואמרו לו: חשוב על יום הולדתך לפי התאריך הכללי.

(ב) כפול את יום הולדתך (רק את היום) בשלוש.

(ג) הוסף לתוצאה 5.

(ד) כפול הכול ב-4.

(ה) הוסף לתוצאה את תאריך הולדתך, היום והחודש.

(ו) חסר מהתוצאה 20.

(ז) עתה שאל את חברך: מה התוצאה שקבלת?

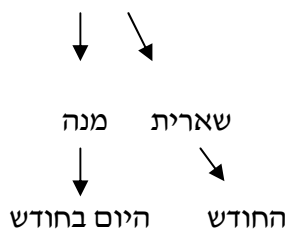
(ח) חלק את התוצאה ב-13. תקבל מנה ושארית.

בתוצאה - המנה היא היום שבו נולד החבר,

והשארית - הוא המספר הסידורי של החודש שבו נולד.

לדוגמה: יום ההולדת הוא 3.6 (שלושה בחודש יוני).

$$\begin{aligned}3 \times 3 &= 9 \\9 + 5 &= 14 \\14 \times 4 &= 56 \\56 + 3 + 6 &= 65 \\65 - 20 &= 45 \\45 \div 13 &= 3 \langle 6 \rangle\end{aligned}$$



## סימני ההתחלקות

- מספר מתחלק ב-2, אם ספרתו האחרונה היא: 2, 4, 6, 8, 0. 2  
(כל המספרים הזוגיים בעשרת הראשונה).
- מספר מתחלק ב-3, אם סכום ספרותיו מתחלק ב-3. 3
- מספר מתחלק ב-4, אם המספר המורכב משתי הספרות האחרונות מתחלק ב-4. כדי לדעת אם המספר המורכב משתי הספרות האחרונות מתחלק ב-4, חברו את ספרת האחדות + (ספרת העשרות  $\times 2$ ). 4
- מספר מתחלק ב-5, אם ספרתו האחרונה היא 5 או 0. 5
- מספר מתחלק ב-6, אם הוא מתחלק ב-2 וגם ב-3. 6
- מספר מתחלק ב-8, אם המספר המורכב משלוש ספרותיו האחרונות מתחלק ב-8. 8  
כדי לדעת אם המספר המורכב משלוש ספרותיו האחרונות מתחלק ב-8 חברו את ספרת האחדות + (ספרת העשרות  $\times 2$ ) + (ספרת המאות  $\times 4$ ).
- מספר מתחלק ב-9, אם סכום ספרותיו מתחלק ב-9. 9
- מספר מתחלק ב-10, אם ספרתו האחרונה היא 0. 10



12 מספר מתחלק ב-12, אם הוא מתחלק ב-3 וגם ב-4.

15 מספר מתחלק ב-15, אם הוא מתחלק גם ב-3 וגם ב-5.

18 מספר מתחלק ב-18, אם הוא מתחלק ב-2 וגם ב-9.

**לדוגמה:**

**מספרים המתחלקים ב-2:** 2,354 6,300

**מספרים המתחלקים ב-3:** 3,213 ←  $3 + 2 + 1 + 3 = 9$

(סכום ספרותיו מתחלק ב-3)

6,501 ←  $6 + 5 + 0 + 1 = 12$

(סכום ספרותיו מתחלק ב-3)

**מספרים המתחלקים ב-4:**

6,524 המספר המורכב משתי הספרות האחרונות מתחלק ב-4, לכן המספר מתחלק

ב-4.

האם המספר 3,572 מתחלק ב-4?



האם 72 מתחלק ב-4.

חברו את ספרת האחדות + (ספרת העשרות  $\times 2$ ) אם הסכום מתחלק ב-4, כל

המספר מתחלק ב-4.

המספר 3,572 מתחלק ב-4.  $2 + (2 \times 7) = 16$

המספר 9,396 מתחלק ב-4.  $6 + (2 \times 9) = 24$

**מספרים המתחלקים ב-5:** 6,825 6,100 ספרה האחרונה 5 או 0.

מספרים המתחלקים ב-6 : 1,134 המספר מתחלק ב-2 ומתחלק ב-3.

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ 1+1+3+4=9 \end{array}$$

2,328 המספר מתחלק ב-2 ומתחלק ב-3 (2+3+2+8 = 15) המספר מתחלק ב-6.

מספרים המתחלקים ב-8 : 15,832  $2 + 6 + 32 = 40$

ספרת האחדות + ספרת העשרות (2 ×) + ספרת המאות (4 ×)

$$8 + 12 + 36 = 56 \quad \text{מתחלק ב-8} \quad \underline{62,968}$$

ספרת האחדות + ספרת העשרות (2 ×) + ספרת המאות (4 ×)

מספרים המתחלקים ב-9 : 3,807  $3 + 8 + 0 + 7 = 18$

$$8 + 9 + 3 + 7 = 27 \quad \underline{8,937}$$

מספרים המתחלקים ב-10 : 680  $90,200$

מספרים המתחלקים ב-12 : 1,128  $1 + 1 + 2 + 8 = 12$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ \text{מתחלק ב-3} \end{array} \quad \begin{array}{c} \downarrow \\ \text{מתחלק ב-4} \end{array}$$

1,632  $1 + 6 + 3 + 2 = 12$  המספר מתחלק גם ב-3 וגם ב-4.

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ \text{מתחלק ב-3} \end{array} \quad \begin{array}{c} \downarrow \\ \text{מתחלק ב-4} \end{array}$$

מספרים המתחלקים ב-15 : 5,235  $2,880$  (מתחלקים גם ב-3 וגם ב-5)

מספרים המתחלקים ב-18 : 3,528  $3 + 5 + 2 + 8 = 18$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ \text{מתחלק ב-9} \end{array} \quad \begin{array}{c} \downarrow \\ \text{מתחלק ב-2} \end{array}$$

7,596  $7 + 5 + 9 + 6 = 27$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ \text{מתחלק ב-9} \end{array} \quad \begin{array}{c} \downarrow \\ \text{מתחלק ב-2} \end{array}$$

השלימו את הטבלה: סמנו ✓ במקום המתאים.

מתחלק ב-5	מתחלק ב-4	מתחלק ב-3	מתחלק ב-2	המספר
				5,382
				2,184
				7,035
				4,128
				14,760
				9,480
				4,365
				8,253
				9,536
				8,340
				8,265
				7,830
				6,205
				7,800
				1,524
				19,620
				39,612
				42,000
				72,000
				91,205

מתחלק ב-10	מתחלק ב-9	מתחלק ב-8	מתחלק ב-6	המספר
				5,850
				3,888
				7,488
				3,555
				8,190
				3,942
				23,850
				18,720
				6,720
				5,985
				4,530
				62,640
				17,880
				28,560

רשמו מספרים המתחלקים ב- 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 18.

## ומהו סימן ההתחלקות של המספר 7?

למספר 7 אין סימני התחלקות.

איך נוכל לבדוק אם מספר מתחלק ב-7?

האם המספר 39,354 מתחלק ב-7?

נרשום את המספר ונשמיט את הספרה האחרונה.

נכפול את הספרה שהשמטנו ב-2 ונפחית מהמספר.

$$\begin{array}{r} 3935 \quad \text{המספר בלי הספרה האחרונה} \\ - \quad \quad \quad 8 \quad \quad \quad \text{הספרה שהשמטנו } \times 2 \\ \hline 3927 \end{array}$$

נרשום את התוצאה, נשמיט ממנה את הספרה האחרונה, ונפחית את המספר 14 (הספרה האחרונה  $2 \times 7$ ).

$$\begin{array}{r} 392 \quad \text{התוצאה בלי הספרה האחרונה} \\ - \quad \quad \quad 14 \quad \quad \quad \text{הספרה שהפחתנו } \times 7 \\ \hline 378 \end{array}$$

נרשום את התוצאה ונשמיט ממנה את הספרה האחרונה.

$$\begin{array}{r} 37 \quad \text{התוצאה בלי הספרה האחרונה} \\ - \quad \quad \quad 16 \quad \quad \quad \text{הספרה האחרונה שהשמטנו } \times 2 \\ \hline 21 \end{array}$$

21 הוא כפולה של 7 מכאן המספר 39,354 מתחלק ב-7.

הרי לכם הסבר מעניין: מדוע כפלנו את הספרה האחרונה ב-2, והפחתנו את המכפלה מהמספר.

רשמו את המספרים מ-1 עד 9, כפלו כל מספר ב-2. רשמו את התוצאה משמאל למספר.

המספרים 1 (2), 2 (4), 3 (6), 4 (8), 5 (10), 6 (12), 7 (14), 8 (16), 9 (18) הם כפולות של המספר 7.

### כיצד נבדוק אם מספר כלשהו מתחלק ב-11?

מספר דו-ספרתי מתחלק ב-11 כאשר ספרת העשרות וספרת האחדות שוות.

כאשר המספר תלת-ספרתי המספר מתחלק ב-11:

(1) אם ספרת העשרות שווה לסכום ספרת האחדות וספרת המאות.

לדוגמה: 231, 451, 561.

(2) אם ספרת העשרות קטנה ב-11 מסכום ספרת האחדות וספרת המאות.

לדוגמה: 726, 979, 836.

### האם המספר 3,564 מתחלק ב-11?

נרשום את המספר, נשמיט את הספרה האחרונה. נפחית אותה מהמספר שכתבנו.

$$\begin{array}{r} 356 \\ - \quad 4 \\ \hline 352 \end{array}$$

נרשום את התוצאה ונשמיט את הספרה האחרונה. נפחית את הספרה האחרונה מהמספר שכתבנו.

$$\begin{array}{r} 35 \\ - \quad 2 \\ \hline 33 \end{array}$$

המספר 33 הוא כפולה של 11, לכן המספר 3,564 מתחלק ב-11.

הפעם הפחתנו את הספרה האחרונה מבלי לכפול אותה. **מדוע?**

רשמו את המספרים מ- 1 עד 9. משמאל לכל מספר רשמו את המספר עצמו.

1 (1), 2 (2), 3 (3), 4 (4), 5 (5), 6 (6), 7 (7), 8 (8), 9 (9).

המספרים: 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99 - הם כפולות של המספר 11.

## למספר 13 אין סימן התחלקות. כיצד נבדוק אם מספר כלשהו

### מתחלק ב-13?

האם המספר 328,133 מתחלק ב-13?

נכתוב את המספר ונשמיט את הספרה האחרונה.

נכפול את הספרה שהשמטנו ב- 9 ונפחית את המכפלה מן המספר.

$$\begin{array}{r} 32813 \\ - \quad 27 \quad 3 \times 9 = 27 \\ \hline 32,786 \end{array}$$

נרשום את התוצאה ונשמיט ממנה את הספרה האחרונה.

נפחית את המספר 54 (הספרה האחרונה  $6 \times 9$ ).

$$\begin{array}{r} 3278 \\ - \quad 54 \\ \hline 3224 \end{array}$$

נרשום את התוצאה ונשמיט ממנה את הספרה האחרונה.

נפחית את המספר 36 (הספרה האחרונה  $4 \times 9$ ).

$$\begin{array}{r} 322 \\ - \quad 36 \\ \hline 286 \end{array}$$

286 כפולה של 13 מכאן – המספר 328,133 מתחלק ב-13.

מדוע כפלנו את הספרה האחרונה ב-9, והפחתנו את התוצאה מהמספר?

רשמו את המספרים מ-1 עד 9. כפלו את כל המספרים ב-9.

רשמו את התוצאה משמאל למספר.

המספרים 1 (9), 2 (18), 3 (27), 4 (36), 5 (45), 6 (54), 7 (63), 8 (72), 9 (81) - הם

כפולות של המספר 9.

### כיצד נבדוק אם מספר כלשהו מתחלק ב-17?

האם המספר 109,276 מתחלק ב-17?

נשמיט את הספרה האחרונה, ונפחית מהמספר את מכפלת הספרה האחרונה ב-5.

$$\begin{array}{r} 10927 \\ - \\ 30 \rightarrow 6 \times 5 = 30 \\ \hline 10897 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1089 \\ - \\ 35 \rightarrow 7 \times 5 = 35 \\ \hline 1054 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 105 \\ - \\ 20 \rightarrow 4 \times 5 = 20 \\ \hline 85 \end{array}$$

85 הוא כפולה של 17 מכאן - המספר 109,276 מתחלק ב-17.

המספרים 1 (5), 2 (10), 3 (15), 4 (20), 5 (25), 6 (30), 7 (35), 8 (40), 9 (45) הם כפולות

של המספר 5.

## האם המספר 4,617 מתחלק ב- 19?

נשמיט את הספרה האחרונה, נכפול אותה ב- 2 ונחבר את המכפלה עם המספר.

$$\begin{array}{r} 461 \\ + \\ 14 \rightarrow 7 \times 2 \\ \hline 475 \end{array}$$

נשמיט את הספרה האחרונה. נכפול אותה ב- 2 ונחבר את המכפלה עם המספר.

$$\begin{array}{r} 47 \\ + \\ 10 \rightarrow 5 \times 2 \\ \hline 57 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + \\ 14 \rightarrow 7 \times 2 \\ \hline 19 \end{array}$$

המספר 4,617 מתחלק ב- 19.

רשמו את המספרים מ- 1 עד 9 משמאל למספר 9 רשמו 1. והמשיכו בדילוגים של 2. משמאל ל- 8 כתבו 3. משמאל ל- 7 כתבו את המספר 5 וכך הלאה, ותקבלו כפולות של המספר 19.

(17)1 (15)2 (13)3 (11)4 (9)5 (7)6 (5)7 (3)8 (1)9



## תרגילים שאפשר לפתור בדרך קצרה ומהירה

$360,360 \div 1,001 = 360$	360 אלף ועוד פעם אחת 360 לחלק באלף ואחת. התוצאה 360.
$428,428 \div 1,001 = 428$	428 אלף ועוד פעם אחת 428 לחלק באלף ואחת. התוצאה 428.
$480,480 \div 2,002 = 240$	2,002 גדול פי 2 מ- 1001 לכן נחלק 480 ב- 2. התוצאה: 240.
$480,480 \div 3,003 = 160$	3,003 גדול פי 3 מ- 1,001 לכן נחלק 480 ב- 3. התוצאה: 160.
$360,360 \div 9,009 = 40$	9,009 גדול פי 9 מ- 1,001 לכן נחלק 360 ב- 9. התוצאה: 40.

### **פתרו את התרגילים הבאים בדרך קצרה ומהירה:**

$360,360 \div 1,001 =$	$428,428 \div 1,001 =$	$905,905 \div 1,001 =$
$480,480 \div 2,002 =$	$350,350 \div 2,002 =$	$580,580 \div 2,002 =$
$360,360 \div 3,003 =$	$480,480 \div 3,003 =$	$660,660 \div 2,002 =$
$360,360 \div 4,004 =$	$480,480 \div 4,004 =$	$990,990 \div 3,003 =$
$250,250 \div 5,005 =$	$350,350 \div 5,005 =$	$440,440 \div 4,004 =$
$300,300 \div 6,006 =$	$360,360 \div 6,006 =$	$645,645 \div 5,005 =$
$490,490 \div 7,007 =$	$350,350 \div 7,007 =$	$540,540 \div 6,006 =$
$540,540 \div 9,009 =$	$560,560 \div 8,008 =$	$720,720 \div 8,008 =$
$630,630 \div 9,009 =$	$720,720 \div 9,009 =$	$810,810 \div 9,009 =$

## ממוצע אריתמטי (חשבוני)

סכום מספרים מחולק במספרם. הממוצע האריתמטי (החשבוני) של המספרים :  
 $(5 + 15 + 25) \div 3 = 15$  : הוא 25, 15, 5

1) ממוצע הציונים של דן הוא 90.

במבחן הראשון קיבל 85.

במבחן השני קיבל 100.

איזה ציון קיבל דן במבחן השלישי ?

תרגיל:  $(90 \times 3) - (85 + 100) = 85$

תשובה: במבחן השלישי קיבל 85

2) הגיל הממוצע במשפחת לוי הוא 29.

האב בן 45.

האם בת 40.

הבת בת 17.

בן כמה הבן?

\_\_\_\_\_ : תרגיל

\_\_\_\_\_ : תשובה

3) ממוצע הציונים של דנה הוא 75.

במבחן אחד קיבלה 90.

במבחן שני קיבלה 80.

במבחן שלישי קיבלה 70.

איזה ציון קיבלה דנה במבחן הרביעי?

\_\_\_\_\_ : תרגיל

\_\_\_\_\_ : תשובה

4) הטמפרטורה ביום א' הייתה  $25^{\circ}$ .

ביום ב'  $22^{\circ}$ .

ביום ג'  $28^{\circ}$ .

ביום ד'  $32^{\circ}$ .

ביום ה'  $25^{\circ}$ .

ביום ו'  $32^{\circ}$ .

מה הייתה הטמפרטורה בשבת אם הממוצע השבועי  $27^{\circ}$ ?

תרגיל: \_\_\_\_\_

תשובה: \_\_\_\_\_

5) המוכרים בחנות בגדים מרוויחים 2,180 ₪ בממוצע.

מנהל החנות מרוויח 3,200 ₪.

דינה מרוויחה 1500 ₪.

אייל מרוויח 2,500 ₪.

נירה מרוויחה 2,000 ₪.

כמה כסף מרוויח אורי ?

תרגיל: \_\_\_\_\_

תשובה: \_\_\_\_\_

**לפניכם דוגמאות של תעודות, בחלקם אתם נדרשים למצוא את ממוצע הציונים,**

**ובחלקם אתם צריכים להשלים ציון.**

תעודה	
היסטוריה 87	נביא 90
טבע 77	חשבון 100
אנגלית 98	ספרות 80
צרפתית 74	לשון 90

ממוצע :

תרגיל :

תעודה	
60	נביא 75
78	חשבון 65
90	ספרות 85
72	לשון 70
40	הבעה 60

ממוצע :

תרגיל :

תעודה	
היסטוריה 60	נביא 60
טבע 55	חשבון 75
אנגלית 60	ספרות 45
צרפתית ___	לשון 60

ממוצע: 60  
תרגיל:

תעודה	
ציור 70	נביא ___
היסטוריה 80	חשבון 85
טבע 95	ספרות 90
אנגלית 75	לשון 75
צרפתית 90	הבעה 80

ממוצע: 82  
תרגיל:

תעודה	
היסטוריה ___	נביא 80
טבע 63	חשבון 65
אנגלית 77	ספרות 90
צרפתית 84	לשון 80

ממוצע: 77  
תרגיל:

תעודה	
ציור 75	נביא 83
היסטוריה 60	חשבון 67
צרפתית 77	ספרות 95
אנגלית ___	לשון 90
טבע 90	הבעה 80

ממוצע: 79  
תרגיל:

תעודה	
היסטוריה 77	נביא 80
טבע 64	חשבון 85
אנגלית 92	ספרות 65
צרפתית 78	לשון ___

ממוצע: 77  
תרגיל:

תעודה	
ציור 60	נביא 86
היסטוריה 55	חשבון 65
טבע 65	ספרות ___
אנגלית 73	לשון 87
צרפתית 94	הבעה 65

ממוצע: 73  
תרגיל:

## כיצד מחשבים חזקות ושורשים?

כאשר מעלים מספר בחזקה שנייה כופלים את המספר עצמו.

$$\text{דוגמה: } 3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$5^2 = 5 \times 5 = 25$$

**כיצד מעלים בחזקה שנייה מספרים דו-ספרתיים המסתיימים ב-5?**

אין צורך לכפול את המספר בעצמו.

כופלים את הספרה הראשונה של המספר במספר הגדול ממנה ב-1.

שתי הספרות האחרונות בתוצאה תהיינה תמיד  $(5 \times 5)$ .

**לדוגמה:**

$$\begin{array}{l} 15^2 = 225 \\ \downarrow \\ 1 \times 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 55^2 = 3,025 \\ \downarrow \\ 5 \times 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 25^2 = 625 \\ \downarrow \\ 2 \times 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 65^2 = 4,225 \\ \downarrow \\ 6 \times 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 35^2 = 1,225 \\ \downarrow \\ 3 \times 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 75^2 = 5,625 \\ \downarrow \\ 7 \times 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 45^2 = 2,025 \\ \downarrow \\ 4 \times 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 85^2 = 7,225 \\ \downarrow \\ 8 \times 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 95^2 = 9,025 \\ \downarrow \\ 9 \times 10 \end{array}$$

## כיצד נמצא שורש של מספר תלת-ספרתי?

$$\sqrt{529} = ?$$

במספר 529 ספרת האחדות היא 9. נמצא מספר שאם נעלהו בחזקה שנייה, ספרת האחדות שלו תהיה 9.

$$3 \times 3 = 9 \quad \text{אפשרות אחת:}$$

$$7 \times 7 = 49 \quad \text{אפשרות שנייה:}$$

במספר 529 הספרה הראשונה היא 5. נעלה מספר כל שהוא בחזקה שנייה, שהתוצאה שלו תהיה הקרובה ביותר ל-5.

$$2^2 = 4$$

לפנינו שתי אפשרויות:

$$\sqrt{529} = 27 \quad \text{או} \quad \sqrt{529} = 23$$

כי אם נעלה ספרת האחדות בשני המספרים בחזקה שנייה, ספרת האחדות בתוצאה תהיה 9.

$$25^2 = 625$$

625 גדול מ-529 לכן  $\sqrt{529}$  יהיה קטן מ-25.

האפשרות הראשונה היא הנכונה  $\sqrt{529} = 23$

$$\sqrt{324} = ?$$

הספרה האחרונה במספר 324 היא 4.

איזה מספר נעלה בחזקה שנייה, כדי שבתוצאה תהיה ספרת האחדות 4?

$$8 \times 8 = 64 \quad \text{או} \quad 2 \times 2 = 4$$

במספר 324 הספרה הראשונה היא 3.

נעלה מספר בחזקה שנייה שהתוצאה שלו תהיה הקרובה ביותר ל-3.

$$1 \times 1 = 1$$

לפנינו שתי אפשרויות :

$$\sqrt{324} = 18 \text{ או } \sqrt{324} = 12$$

$$15^2 = 225$$

324 גדול מ-225, לכן  $\sqrt{324}$  יהיה גדול מ-15.

$$\sqrt{324} = 18 \text{ לכן}$$

### כיצד נמצא שורש של מספר בעל ארבע ספרות?

$$\sqrt{2,601} = ?$$

במספר 2,601 הספרה האחרונה היא 1.

איזה מספר נעלה בחזקה שנייה, כדי שבתוצאה תהיה ספרת האחדות 1?

$$1 \times 1 = 1 \text{ : אפשרות אחת}$$

$$9 \times 9 = 81 \text{ : אפשרות שנייה}$$

מכאן שהספרה האחרונה בתוצאה של  $\sqrt{2,601}$  תהיה 1 או 9.

במספר 2,601 שתי הספרות הראשונות הן 26.

נעלה מספר בחזקה שנייה שהתוצאה תהיה הקרובה ביותר ל-26.

$$5^2 = 25$$

$$\sqrt{2,601} = 51 \text{ שתי אפשרויות:}$$

$$\sqrt{2,601} = 59 \text{ או}$$

$$55^2 = 3,025$$

3,025 גדול מ-2,601 לכן התוצאה תהיה פחות מ-55.  $\sqrt{2,601} = 51$

$$\sqrt{5,776} = ?$$

במספר 5,776 הספרה האחרונה היא 6.

$$4 \times 4 = 16$$

$$6 \times 6 = 36$$

שתי הספרות הראשונות הן 57.

$$7^2 = 49$$

שתי אפשרויות:

$$\sqrt{5,776} = 74$$

$$\sqrt{5,776} = 76 \text{ או}$$

$$75^2 = 5,625$$

5,776 גדול מ-5,625, לכן  $\sqrt{5,776}$  יהיה גדול מ-75. לכן  $\sqrt{5,776} = 76$

**פתרו:**

$\sqrt{484}$	$\sqrt{576}$	$\sqrt{961}$	$\sqrt{324}$
$\sqrt{361}$	$\sqrt{1,024}$	$\sqrt{1,444}$	$\sqrt{1,225}$
$\sqrt{3,249}$	$\sqrt{4,761}$	$\sqrt{6,724}$	$\sqrt{8,464}$
$\sqrt{4,096}$	$\sqrt{5,929}$	$\sqrt{7,225}$	$\sqrt{8,649}$
$\sqrt{2,704}$	$\sqrt{3,136}$	$\sqrt{5,476}$	$\sqrt{9,604}$
$\sqrt{676}$	$\sqrt{1,521}$	$\sqrt{2,116}$	$\sqrt{4,624}$
$\sqrt{2,916}$	$\sqrt{3,844}$	$\sqrt{3,969}$	$\sqrt{9,801}$
$\sqrt{8,281}$	$\sqrt{1,764}$	$\sqrt{7,396}$	$\sqrt{6,084}$



מספר מרובע המסתיים ב-1 גם שרשו מסתיים ב-1.

$$\sqrt{3,721} = 61 \quad \sqrt{121} = 11 \quad \text{לדוגמה:}$$

$$31^4 = 923,521 \quad 71^3 = 357,911 \quad 11^3 = 1,331$$

וכך כל מספר המסתיים ב-1 בכל חזקה שנעלהו ייתן מספר המסתיים ב-1.

כל מספר המסתיים ב-5 בכל חזקה שנעלהו ייתן מספר המסתיים ב-5.

$$45^4 = 4,100,625 \quad 25^3 = 15,625 \quad 25^2 = 625 \quad \text{לדוגמה:}$$

כל מספר המסתיים ב-6 בכל חזקה שנעלהו ייתן מספר המסתיים ב-6.

$$26^4 = 456,976 \quad 36^3 = 46,656 \quad 36^2 = 1,296 \quad \text{לדוגמה:}$$

## מספר דו ספרתי בחזקה שנייה

מוצאים לפי הנוסחה:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$37^2 = ?$$

$$a = 3$$

$$b = 7$$

(1) מתחילים לחשב מהספרה האחרונה, שהיא ספרת האחדות.

$$b^2 = 7^2 = 49$$

(2) רושמים את ספרת האחדות 9 ואת הספרה 4 מוסיפים בפעולה הבאה.

$$37^2 = \dots 9$$

$$2ab = 2(3 \times 7) = 42 \quad (3)$$

$$42 + 4 = 46$$

(4) נרשום רק את הספרה 6 את הספרה 4 נוסיף לתוצאה הבאה.

$$37^2 = \dots 69$$

$$a^2 = 3^2 = 9 \quad (5)$$

$$9 + 4 = 13$$

$$37^2 = 1,369$$

$$82^2 = ?$$

$$a = 8 \qquad b = 2$$

$$b^2 = 2^2 = 4 \qquad (1)$$

$$82^2 = \dots 4$$

$$2ab = 2(8 \times 2) = 32 \qquad (2)$$

(3) נרשום 2 נוסף 3 לתוצאה בפעולה הבאה :

$$82^2 = \dots 24$$

$$a^2 = 8^2 = 64 \qquad (4)$$

$$64 + 3 = 67$$

$$82^2 = 6,724$$

**מדוע מעלים מספר דו-ספרתי בחזקה שנייה לפי הנוסחה:**

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

**זכרו: מציאת שטח ריבוע = צלע בחזקה שנייה (מכיוון שאורך = רוחב).**

**שטח מלבן = אורך  $\times$  רוחב**

נפרק  $8^2$  ל- a ו- b

$$\begin{array}{c} 8^2 \\ \wedge \\ (2 + 6)^2 \end{array}$$

נתרגם את הנוסחה למספרים:  $(2 + 6)^2 = 2^2 + 2(2 \times 6) + 6^2$

נשרטט ריבוע שאורך כל צלע בו יהיה 8 משבצות.

א'

	$2^2$		6	×	2		
	$2 \times 6$				$6^2$		

בתוך הריבוע שרטטנו 2 ריבועים.

הריבוע האחד, אורך כל צלע בו 2 משבצות.

הריבוע השני, אורך כל צלע בו 6 משבצות,

וע"י כך נוצרו גם 2 מלבנים.

אורך צלע אחת במלבן הוא 2 משבצות.

אורך צלע שנייה במלבן הוא 6 משבצות.

$8^2 = 64$	שטח ריבוע א'
$2^2 = 4$	שטח ריבוע 1
$6^2 = 36$	שטח ריבוע 2
$2 \times 6 = 12$	שטח מלבן 1
$6 \times 2 = 12$	שטח מלבן 2

$$4 + (2 \times 12) + 36 = 64 \quad \text{סה"כ}$$

$$\begin{array}{c} 8^2 \\ \wedge \\ (3+5)^2 \end{array}$$

ב'

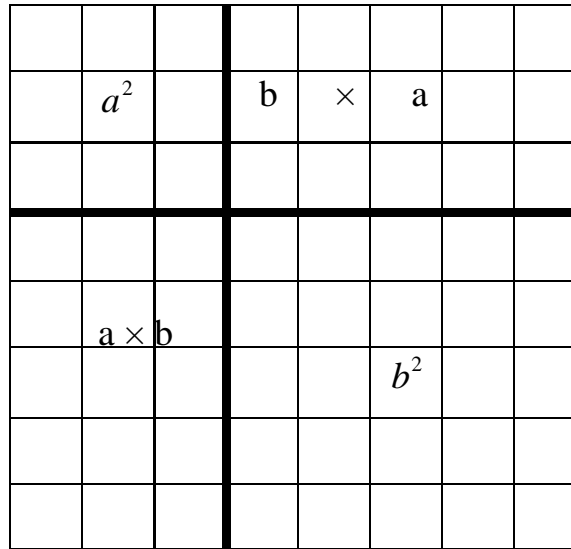
	$3^2$			5	×	3	

שרטטנו בתוך הריבוע הגדול 2 ריבועים.  
 בריבוע אחד אורך הצלע הוא 3 משבצות,  
 בריבוע השני אורך הצלע הוא 5 משבצות.

$8^2 = 64$	שטח ריבוע ב'
$3^2 = 9$	שטח ריבוע 1
$5^2 = 25$	שטח ריבוע 2
$3 \times 5 = 15$	שטח מלבן 1
$5 \times 3 = 15$	שטח מלבן 2

$$3^2 + 2(3 \times 5) + 5^2 = 64 \quad \text{סה"כ}$$

נשרטט ריבוע שבו במקום מספרים נסמן a ו-b.



$(a + b)^2$	שטח הריבוע
$a^2$	שטח ריבוע 1
$b^2$	שטח ריבוע 2
$a \times b$	שטח מלבן 1
$b \times a$	שטח מלבן 2

$a^2 + 2ab + b^2$     סה"כ

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$     פתרו לפי הנוסחה:

- |            |            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|------------|
| 1) $38^2$  | 2) $26^2$  | 3) $59^2$  | 4) $34^2$  | 5) $81^2$  |
| 6) $27^2$  | 7) $66^2$  | 8) $92^2$  | 9) $49^2$  | 10) $83^2$ |
| 11) $69^2$ | 12) $43^2$ | 13) $77^2$ | 14) $96^2$ | 15) $62^2$ |
| 16) $44^2$ | 17) $86^2$ | 18) $99^2$ | 19) $78^2$ | 20) $48^2$ |

מעריך החזקה ←  $2^5$  → בסיס החזקה

**מעריך החזקה:** המספר המורה כמה פעמים יש לכפול את המספר בעצמו.

כאשר מעלים בחזקה את המספר 10, יהיה מספר האפסים בתוצאה, כמספר של מעריך החזקה.

$$10^0 = 1$$

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1,000$$

$$10^4 = 10,000$$

כל מספר שמעריך החזקה שלו הוא 0, יהיה שווה ל-1.

$$\frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0$$

$$\frac{3^2}{3^2} = 3^{2-2} = 3^0$$

$$\frac{3^2}{3^2} = 1$$

$$3^0 = 1$$

### קיצור דרך בחישוב חזקות

$$2^4 = \underbrace{2 \times 2}_4 \times \underbrace{2 \times 2}_4 = 4^2$$

$$3^4 = \underbrace{3 \times 3}_9 \times \underbrace{3 \times 3}_9 = 9^2$$

$$3^6 = \underbrace{3 \times 3}_9 \times \underbrace{3 \times 3}_9 \times \underbrace{3 \times 3}_9 = 9^3$$

$$4^4 = \underbrace{4 \times 4}_{16} \times \underbrace{4 \times 4}_{16} = 16^2$$

$$6^4 = \underbrace{6 \times 6}_{36} \times \underbrace{6 \times 6}_{36} = 36^2$$

**פתרו בדרך הקצרה:**

$8^4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$5^4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$7^4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$9^4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$6^4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$4^6 = \underline{\hspace{2cm}}$

$7^6 = \underline{\hspace{2cm}}$

$8^6 = \underline{\hspace{2cm}}$

$9^6 = \underline{\hspace{2cm}}$

$2^6 = \underline{\hspace{2cm}}$

$3^8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$2^8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$7^8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$6^8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$5^8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$10^4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$10^6 = \underline{\hspace{2cm}}$

$10^8 = \underline{\hspace{2cm}}$



## מספרים פריקים ומספרים ראשוניים

**מספר ראשוני:** מספר טבעי גדול מ-1 שאין לו מחלקים, אלא הוא עצמו ואחד.

**מספרים פריקים:** מספרים המתחלקים במספרים אחרים.

$$12 \div 2 = 6$$

↓ ↓

מחלק מחולק

**מחולק:** המספר שאותו מחלקים.

**מחלק:** המספר המציין את מספר החלקים שבו יתחלק מספר נתון.

**המחלקים:** נקראים גורמים.

### נפת ארטוסתנס

מתמטיקאי בשם ארטוסתנס מצא את המספרים הראשוניים ע"י כך שהוא ניפה את המספרים המתחלקים ב-2, אחר כך ב-3, וכך הלאה עד שנשארו לו המספרים הראשוניים.

לתהליך של רישום המספרים הראשוניים בתוך טבלת המספרים קוראים **נפת ארטוסתנס**.

1. עצמו אינו מספר ראשוני ואינו מספר פריק.

כל המספרים הראשוניים הם מספרים אי-זוגיים פרט ל-2.  
אין מספר ראשוני גדול ביותר.

(א) רשמו במחברתכם את כל המספרים מ-1 עד 100.

(ב) העבירו קו על המספר 1, כי אינו ראשוני.

(ג) סמנו את המספר 2 בעיגול.

(ד) העבירו קו על כל המספרים שהם כפולות של 2 חוץ מ-2.

(ה) סמנו את 3 בעיגול.

(ו) העבירו קו על כל כפולות המספר 3 חוץ מ-3.

(ז) סמנו את 5 בעיגול.

(ח) העבירו קו על כל המספרים שהם כפולות של 5 חוץ מהמספר 5.

(ט) סמנו את 7 בעיגול.

(י) העבירו קו על כל כפולות המספר 7 חוץ מ-7.

יא) סמנו את 11 בעיגול.

יב) העבירו קו על כפולות המספר 11 חוץ מ-11.

### עיינו בטבלת המספרים:

א) בדקו האם כל המספרים שלא נמחקו הם מספרים ראשוניים?

ב) האם כל המספרים שמחקתם הם פריקים? הסבירו מדוע?

ג) מה יש יותר בטבלת המספרים מ-1 עד 100, מספרים ראשוניים או פריקים?

ד) כמה מספרים עוקבים שהם פריקים מצאתם בטבלת המספרים מ-1 עד 100?

כתבו אותם.

ה) האם תוכלו להמשיך ולמצוא באותה שיטה מספרים ראשוניים הגדולים מ-100?

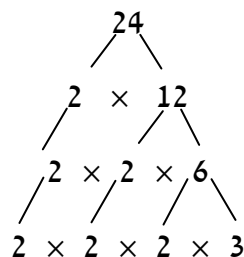
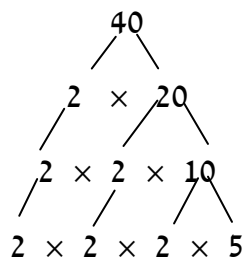
### מציאת ממג"ב (מחלק משותף גדול ביותר)

כדי לצמצם שברים צריכים למצוא את הממג"ב של המונה ושל המכנה.

כיצד?

מפרקים את המונה ואת המכנה לגורמים ראשוניים (מספר ראשוני הוא מספר טבעי הגדול מ-1 שאין לו מחלקים. הוא מתחלק רק בעצמו וב-1. כמו: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19).

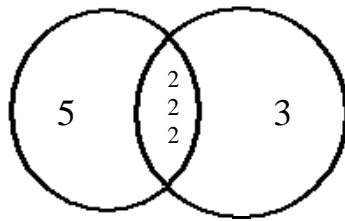
לדוגמה:  $\frac{24}{40}$



נקיף במעגל את גורמי המספר 24, ובמעגל שני את גורמי המספר 40. בחלק המשותף נמצא את הגורמים המשותפים לשניהם. נכפיל את המספרים שבחלק המעגל המשותף, ונמצא את הממג"ב של המספרים 24 ו-40.

40

24

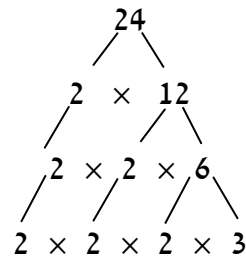
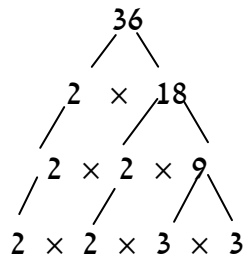


$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

הממג"ב של 24 ו- 40 הוא 8.

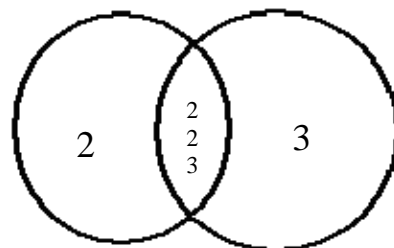
$$\frac{24}{40} = \frac{3}{5} \quad \text{צמצום:}$$

מציאת ממג"ב של המספרים 24 ו- 36:



24

36

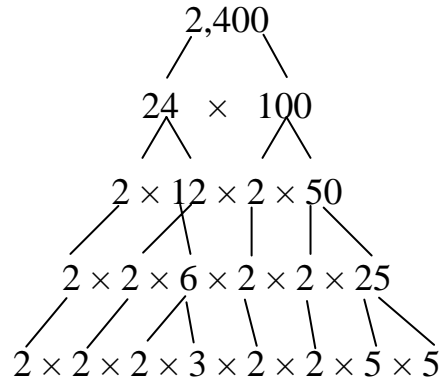
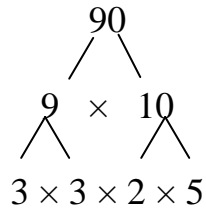


$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

12 הוא המחלק המשותף הגדול ביותר של 24 ו-36.

$$\frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

מהו הממג"ב של המספרים 90 ו-2,400?



נקצר את הדרך ונסמן את הגורמים המשותפים ל-90 ו-2,400.

$$2 \times 3 \times 5 = 30$$

$$\frac{90}{2,400} = \frac{3}{80} \quad \text{צמצום:}$$

מצאו את הממג"ב של המספרים הבאים:

- |            |            |             |             |
|------------|------------|-------------|-------------|
| א) 12 ו-16 | ב) 40 ו-50 | ג) 30 ו-40  | ד) 36 ו-32  |
| ה) 24 ו-40 | ו) 12 ו-18 | ז) 24 ו-32  | ח) 24 ו-28  |
| ט) 25 ו-75 | י) 14 ו-35 | יא) 60 ו-48 | יב) 38 ו-54 |

### מציאת כמק"ב (כפולה משותפת קטנה ביותר)

כדי לחבר או לחסר שברים בעלי מכנים שונים, צריך למצוא כמק"ב של המכנים (מכנה משותף).

$$\frac{2}{6} + \frac{5}{8} + \frac{5}{12} = \quad \text{לדוגמה:}$$

**מציאת כמק"ב**

$$\begin{array}{r|l}
 \begin{array}{r}
 6 \\
 3 \\
 3 \text{ (לא חלקנו)} \\
 3 \text{ (לא חלקנו)} \\
 1
 \end{array}
 &
 \begin{array}{r}
 8 \\
 4 \\
 2 \\
 1 \\
 1
 \end{array}
 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 12 \\
 6 \\
 3 \\
 3 \text{ (לא חלקנו)} \\
 1
 \end{array}
 &
 \begin{array}{r}
 2 \\
 2 \\
 2 \\
 3 \\
 \hline
 24
 \end{array}
 \end{array}
 \times$$

הסבר : מימין לקו אנו כותבים את המחלקים ומתחת למספרים כותבים את המנה.

$$\frac{2}{6} + \frac{5}{8} + \frac{5}{12} = \frac{8}{24} + \frac{15}{24} + \frac{10}{24} = \frac{33}{24} = 1\frac{9}{24} = 1\frac{3}{8}$$

**פתרון:**

$$\frac{6}{15} + \frac{3}{25} + \frac{4}{30} = \frac{60}{150} + \frac{18}{150} + \frac{20}{150} = \frac{98}{150} = \frac{49}{75}$$

$$\begin{array}{r|l}
 \begin{array}{r}
 15 \\
 3 \\
 1 \text{ (לא חלקנו)} \\
 1 \text{ (לא חלקנו)} \\
 1
 \end{array}
 &
 \begin{array}{r}
 25 \\
 5 \\
 5 \\
 5 \\
 1
 \end{array}
 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 30 \\
 6 \\
 2 \\
 1 \\
 1
 \end{array}
 &
 \begin{array}{r}
 5 \\
 3 \\
 2 \\
 5 \\
 \hline
 150
 \end{array}
 \end{array}
 \times$$

מצאו את הכמק"ב של המספרים הבאים :

- |                |                |                 |
|----------------|----------------|-----------------|
| (א) 6, 10, 12  | (ב) 8, 12, 18  | (ג) 4, 8, 16    |
| (ד) 3, 9, 15   | (ה) 12, 18, 24 | (ו) 20, 40, 60  |
| (ז) 5, 10, 15  | (ח) 3, 6, 24   | (ט) 2, 8, 36    |
| (י) 36, 30, 24 | (יא) 7, 28, 56 | (יב) 36, 72, 18 |

## בזכות מכנה משותף

אב הוריש לשלושת בניו עדר של 19 פרות. לבכור הוריש  $\frac{1}{2}$  מכל העדר, לבינוני  $\frac{1}{4}$  מהעדר, ולצעיר  $\frac{1}{5}$  מכל עדר הפרות. הבנים לא הצליחו לחלק ביניהם את הפרות ופנו לחכם הכפר. החכם הביא פרה נוספת וכך היה מספר הפרות 20. אמר החכם: "עכשיו תוכלו לחלק את הפרות ביניכם". הבכור קיבל 10 פרות, הבינוני 5 פרות, והצעיר 4 פרות. לאחר שחילקו ביניהם את הפרות, לקח החכם את הפרה שלו. הוא לא הפסיד, וכל אחד מהבנים קיבל יותר מאשר היה צריך לקבל כיצד ?

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{20} = \frac{10}{20} + \frac{5}{20} + \frac{4}{20} + \frac{1}{20} = \frac{20}{20} = 1$$

נסו לחבר חידות דומות.

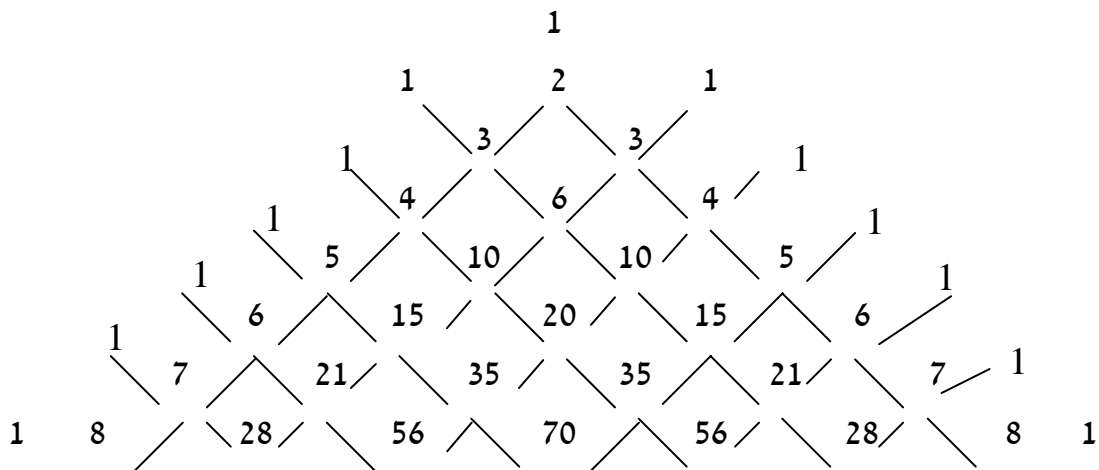
## משולש פסקאל

משולש פסקאל הוא מערך של מספרים, שצורתו צורת משולש.

כל שורה בו מתחילה ונגמרת ב-1.

כל איבר אחר בשורה, הוא סכום שני האיברים שמעליו.

סכום המספרים בכל שורה גדול פי שניים, מסכום המספרים בשורה הקודמת לה.



### סכום המספרים בשורות

$$1 + 1 = 2$$

$$1 + 2 + 1 = 4$$

$$1 + 3 + 3 + 1 = 8$$

$$1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16$$

$$1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 32$$

$$1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = 64$$

$$1 + 7 + 21 + 35 + 35 + 21 + 7 + 1 = 128$$

$$1 + 8 + 28 + 56 + 70 + 56 + 28 + 8 + 1 = 256$$

המשיכו את מערך המספרים.

